

GRUPO I
[7,5 valores]

- Preencha o cabeçalho e, para cada uma das alíneas, assinale assim , no verso desta folha, a única opção correcta.
- Cotação [c; -e]: opção correcta [+c valores]; opção errada [-e valores].
- Se não assinalar nenhuma opção, ou se assinalar mais do que uma, ser-lhe-á atribuída a cotação de zero valores.

GRUPO II
[12,5 valores]

A expressão $x = 9\sqrt[3]{KL}$ informa sobre a maior quantidade de produto, x , que se pode obter mensalmente a partir das quantidades K e L dos factores produtivos, cujos preços unitários são 20 e 5 u.m., respectivamente.

1. Para quadruplicar a quantidade produzida, em quantas vezes devem aumentar, simultaneamente, as quantidades K e L ?
2. Se o produtor pretendesse manter sempre coincidentes entre si as produtividades marginais de cada um dos factores, em que proporção deveria combiná-los?
3. Admitindo que, no curto prazo, $K = 2$ u.f.,
 - a. determine o custo de 36 unidades de produto.
 - b. Apresente a correspondente expressão analítica do custo total.
 - c. Para atingir o óptimo de exploração, o produtor deveria produzir mais, ou menos, do que 36 unidades (Nota: se não conseguiu deduzir a expressão anteriormente pedida, considere $CT_{CP} = x^3/400 + 40$).
4. Qual o custo de 36 unidades de produto, no longo prazo? Justifique o facto deste valor diferir do valor que encontrou na alínea anterior.
5. Ilustre graficamente a alínea anterior representando: a) a isoquanta relevante; b) a linha de isocusto correspondente; c) a combinação óptima de factores; d) a curva de expansão de longo prazo. Determine as respectivas expressões analíticas.
6. Verificam-se economias ou deseconomias de escala?

1. Ao longo das isoquantas relativas a uma tecnologia que emprega dois factores produtivos substituíveis entre si, mas não perfeitamente substituíveis,

[1,2; -0,4]

- a taxa marginal de substituição de um factor pelo outro é constante.
- a taxa marginal de substituição de um factor pelo outro decresce.
- a taxa marginal de substituição de um factor pelo outro cresce.
- a taxa marginal de substituição de um factor pelo outro cresce, atinge um máximo e depois decresce.

2. Considere um processo produtivo em que se verifica a lei dos rendimentos decrescentes. Para o actual nível de utilização do factor variável, L, a elasticidade produto deste factor é 0,9. Pode, pois, concluir-se que

[1,8; -0,6]

- o produtor está a laborar no primeiro estágio da produção.
- um pequeno acréscimo da quantidade utilizada de L induz, *ceteris paribus*, um aumento proporcionalmente maior da produção.
- o emprego de unidades adicionais de L implicará uma redução da produtividade média deste factor.
- o produtor está a laborar no terceiro estágio da produção.

3. A igualdade $p_L = CVM \cdot PM_L$ permite explicar a relação entre

[1,5; -0,5]

- o óptimo técnico e o máximo técnico.
- o óptimo técnico e o óptimo de exploração.
- o máximo técnico e o mínimo de exploração.
- Nenhuma das restantes opções é correcta.

4. A lei dos rendimentos marginais decrescentes traduz-se

[1,2; -0,4]

- num custo marginal decrescente.
- num custo marginal crescente.
- num custo fixo médio decrescente.
- num custo variável total crescente

5. Presentemente, produzem-se, por dia, 100 unidades de produto combinando capital e trabalho em quantidades tais que $PM_{gK} = 15$ u.f. e $PM_{gL} = 14$ u.f.. Atendendo a que os preços dos factores produtivos são 5 e 7 u.m., respectivamente, pode afirmar-se que

[1,8; -0,6]

- as 100 unidades de produto estão a ser produzidas ao mínimo custo.
- , para produzir 100 unidades de produto ao mais baixo custo, deveria usar-se mais capital e menos trabalho.
- , para produzir 100 unidades de produto ao mais baixo custo, deveria usar-se mais trabalho e menos capital.
- o dispêndio de 1 u.m. adicional em trabalho induziria, *ceteris paribus*, um acréscimo de 3 u.f. de produto.

GRUPO II

1. Estando em causa uma função de produção do tipo Cobb-Douglas, $x = aK^\alpha L^\beta = 9K^{\frac{1}{3}}L^{\frac{1}{3}}$, sabe-se que é uma função homogénea com um factor de homogeneidade igual a $v = \alpha + \beta = 1/3 + 1/3 = 2/3$. Sendo $x_0 = 9K^{\frac{1}{3}}L^{\frac{1}{3}}$ e $x_1 = 9(cK)^{\frac{1}{3}}(cL)^{\frac{1}{3}}$, verifica-se, pois, $x_1 = c^{\frac{2}{3}}x_0$.

Pretendendo-se quadruplicar um certo volume de produção ($x_1 = 4x_0$), tem-se $c^{\frac{2}{3}} = 4$ e, portanto, $c = 4^{\frac{3}{2}} = 8$, i.e., para quadruplicar a produção é preciso empregar quantidades 8 vezes maiores de ambos os factores.

Isto é assim porque os rendimentos são decrescentes à escala: $v = 2/3 < 1$.

2.

$$PMg_L = \frac{\partial x}{\partial L} = 3K^{\frac{1}{3}}L^{-\frac{2}{3}}$$

$$PMg_K = \frac{\partial x}{\partial K} = 3K^{-\frac{2}{3}}L^{\frac{1}{3}}$$

$$PMg_L = PMg_K$$

$$3K^{\frac{1}{3}}L^{-\frac{2}{3}} = 3K^{-\frac{2}{3}}L^{\frac{1}{3}}$$

$$K^{\frac{1}{3}}K^{\frac{2}{3}} = L^{\frac{2}{3}}L^{\frac{1}{3}}$$

$$K = L$$

i.e. para manter coincidentes as produtividades marginais dos dois factores produtivos o produtor deveria combiná-los na proporção de um para um.

3. a. $36 = 9(2)^{\frac{1}{3}}L^{\frac{1}{3}} \Rightarrow L = 32$ u.f.

$$CT_{CP} = p_L L + p_K K$$

$$CT_{CP_{x=36}} = 5(32) + 20(2) = 200 \text{ u.m.}$$

b.

$$x = 9(2)^{\frac{1}{3}}L^{\frac{1}{3}}$$

$$L^{\frac{1}{3}} = \frac{x}{9(2)^{\frac{1}{3}}}$$

$$L = \frac{x^3}{9^3 \times 2}$$

$$L = \frac{x^3}{1458}$$

$$CT_{CP} = p_L L + p_K K$$

$$CT_{CP} = 5 \frac{x^3}{1458} + 20(2)$$

$$CT_{CP} = \frac{x^3}{291,6} + 40$$

c.

$$CTM = \frac{CT_{CP}}{x}$$

$$\frac{dCTM}{dx} = \frac{x}{145,8} - \frac{40}{x^2} = 0$$

$$CTM = \left(\frac{x^3}{291,6} + 40 \right) / x$$

$$x^3 - 5832 = 0$$

$$x = 18 \text{ u.f. (óptimo de exploração)}$$

$$CTM = \frac{x^2}{291,6} + \frac{40}{x}$$

\therefore para atingir o óptimo de exploração seria necessário produzir metade de 36 u.f..

4. Para calcular o custo de 36 u.f., no longo prazo, há que, previamente, determinar a combinação óptima de factores para produzir este volume de produção:

$$TMST_{KL} = \frac{PMg_L}{PMg_K} = \frac{3K^{\frac{1}{3}}L^{-\frac{2}{3}}}{3K^{-\frac{2}{3}}L^{\frac{1}{3}}} = \frac{K}{L}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{TMST}_{\text{KL}} = \frac{p_L}{p_K} \\ x = 9K^{\frac{1}{3}}L^{\frac{1}{3}} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \frac{K}{L} = \frac{5}{20} \\ 36 = 9K^{\frac{1}{3}}L^{\frac{1}{3}} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} K = 0,25L \text{ (curva de expansão de longo prazo)} \\ 36 = 9(0,25L)^{\frac{1}{3}}L^{\frac{1}{3}} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} K = 4 \text{ u.f. (combinação ótima)} \\ L = 16 \text{ u.f. para produzir 36 u.f.} \end{array} \right.$$

$$CT_{\text{LP}} = p_L L + p_K K$$

$$CT_{\text{LP}} = 5L + 20K$$

$$CT_{\text{LP}_{x=36}} = 5(16) + 20(4) = 160 \text{ u.m.}$$

$CT_{\text{LP}_{x=36}} = 160 \text{ u.m.} < CT_{\text{CP}_{x=36}} = 200 \text{ u.m.}$, pois, no longo prazo, o produtor, podendo variar ambos os factores, pode adoptar a combinação ótima para produzir um dado volume de produção (i.e. a combinação de factores minimizadora do custo dessa quantidade de produto), o que não sucede no curto prazo, dado que um dos factores se mantém fixo, não podendo, portanto, ser optimizada a sua utilização do ponto de vista da minimização do custo da produção.

5. Curva de expansão de longo prazo:

$$\text{TMST}_{\text{KL}} = \frac{p_L}{p_K}$$

$$\frac{K}{L} = \frac{5}{20}$$

$$K = 0,25L$$

Isoquanta correspondente:

$$x = 9K^{\frac{1}{3}}L^{\frac{1}{3}}$$

$$36 = 9K^{\frac{1}{3}}L^{\frac{1}{3}}$$

$$4^3 = KL$$

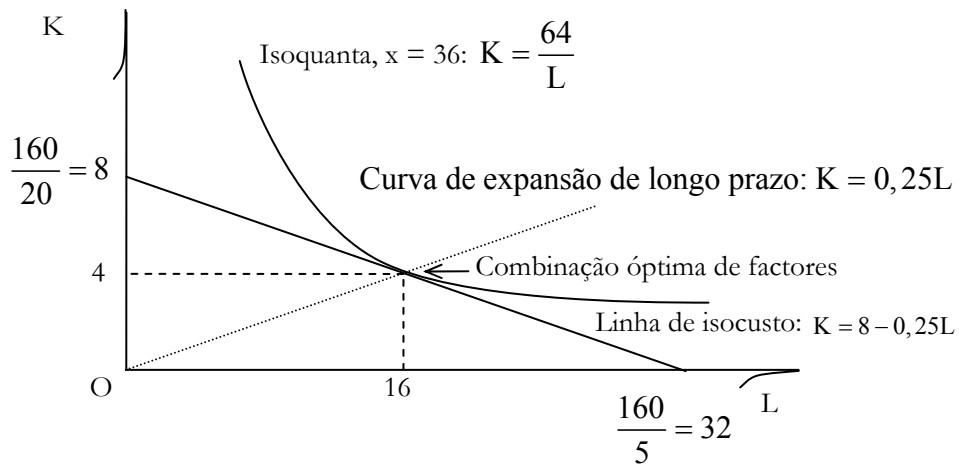
$$K = \frac{64}{L}$$

Linha de isocusto:

$$CT = p_L L + p_K K$$

$$160 = 5L + 20K$$

$$K = 8 - 0,25L$$



6. Dado que, como já se viu, a função de produção é homogénea e evidencia rendimentos decrescentes à escala ($v = 2/3$), verificam-se deseconomias de escala para qualquer nível de produção:

$$x_1 = c^v x_0 \quad c > 1$$

$$CM_{LP_{x=x_1}} = c^{1-v} CM_{LP_{x=x_0}}$$

$$CM_{LP_{x=x_1}} = c^{1-\frac{2}{3}} CM_{LP_{x=x_0}}$$

$$CM_{LP_{x=x_1}} = c^{\frac{1}{3}} CM_{LP_{x=x_0}}$$

$$\therefore CM_{LP_{x=x_1}} > CM_{LP_{x=x_0}}, \text{ i.e. deseconomias de escala}$$